

DESIGUALDADES

Introducción a los números reales

Sea \mathbb{R} el conjunto de números reales, provisto de dos operaciones; la adición (+), la multiplicación (x) y una relación de orden (<: menor que) que constituye el **Sistema de los Números Reales**.

\mathbb{R} : (+, x, <)
 + : adición
 x : multiplicación
 < : menor que

• Definición

Si "a" y "b" denotan al mismo número real, escribiremos: $a = b$ (que se lee "a" igual a "b"). Una expresión de este tipo se llama igualdad.

• Axiomas de la Adición y Multiplicación

1. Ley de Clausura o Cerradura

$$(A1) \quad \forall a, b \in \mathbb{R} : a + b \in \mathbb{R}$$

$$(M1) \quad \forall a, b \in \mathbb{R} : ab \in \mathbb{R}$$

2. Ley Conmutativa

$$(A2) \quad \forall a, b \in \mathbb{R} : a + b = b + a$$

$$(M2) \quad \forall a, b \in \mathbb{R} : ab = ba$$

3. Ley Asociativa

$$(A3) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} : a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$(M3) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} : a(bc) = (ab)c$$

4. Ley de la existencia y unicidad del Elemento Neutro

$$(A4) \quad \forall a \in \mathbb{R} : \exists ! 0 \in \mathbb{R} / a + 0 = 0 + a = a$$

$$(M4) \quad \forall a \in \mathbb{R} : \exists ! 1 \in \mathbb{R} / a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Observaciones:

0 : Neutro Aditivo
 1 : Neutro Multiplicativo

5. Ley de la existencia y unicidad del Elemento Inverso

$$(A5) \quad \forall a \in \mathbb{R} : \exists ! (-a) \in \mathbb{R} / a + (-a) = (-a) + a = 0$$

$$(M5) \quad \forall a \in \mathbb{R} - \{0\} : \exists ! a^{-1} \in \mathbb{R} / a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$$

Observaciones:

$(-a)$: Inverso aditivo u opuesto

a^{-1} ó $\frac{1}{a}$: Inverso multiplicativo o recíproco.

6. Ley Distributiva

$$(D1) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} : a(b + c) = ab + ac$$

(por la izquierda)

$$(D2) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} : (b + c)a = ba + ca$$

(por la derecha)

* Axiomas de la Igualdad

1. Reflexiva: $\forall a \in \mathbb{R} : a = a$
2. Simétrica: $\forall a, b \in \mathbb{R} : \text{Si: } a = b \rightarrow b = a$
3. Transitiva: $\forall a, b, c \in \mathbb{R} : \text{Si: } a = b \text{ y } b = c \rightarrow a = c$

• Teoremas Básicos de la Igualdad

1. Si: $a = b$; entonces: $a + c = b + c$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$
2. Si: $a = b$; entonces: $ac = bc$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$
3. Si: $a \cdot c = b \cdot c$; entonces: $c = 0$ ó $a = b$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$
4. $a \cdot 0 = 0$, $\forall a \in \mathbb{R}$
5. $a \cdot b = 0 \leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$

* Relación de Orden

$$a < b \leftrightarrow b - a > 0$$

$\forall a \in \mathbb{R}$ se cumple una y solamente una de las siguientes relaciones:

$$a > 0 \text{ ó } a < 0 \text{ ó } a = 0$$

• Teoremas Básicos de la Desigualdad

1. $a < b \rightarrow a + c < b + c, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$
2. $a < b \wedge c > 0 \rightarrow ac < bc, \forall a, b \in \mathbb{R}$
3. $a < b \wedge c < 0 \rightarrow ac > bc, \forall a, b \in \mathbb{R}$
4. $ab > 0 \Leftrightarrow \{(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)\}$
(signos iguales)
5. $ab < 0 \Leftrightarrow \{(a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)\}$
(signos diferentes)
6. $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\} : a \text{ y } a^{-1} \text{ presentan el mismo signo.}$

$$a > 0 \rightarrow \left(\frac{1}{a}\right) > 0$$

$$a < 0 \rightarrow \left(\frac{1}{a}\right) < 0$$

7. $a < b \rightarrow a^{2n-1} < b^{2n-1}, \forall n \in \mathbb{N}$
8. $0 < a < b \rightarrow a^{2n} < b^{2n}, \forall n \in \mathbb{N}$
9. $a < b < 0 \rightarrow a^{2n} > b^{2n}, \forall n \in \mathbb{N}$
10. Si: $a < x < b \wedge ab < 0$ entonces $0 \leq x^2 < \text{Max}(a^2, b^2)$
11. Si: $a < b \wedge c < d$ entonces $a + c < b + d$
12. Si: $0 < a < b \wedge 0 < c < d$ entonces $ac < bd$

$$13. \text{ Si: } 0 < a < b \text{ entonces } a < \frac{a+b}{2} < b$$

$$14. \text{ Si: } 0 < a < b \text{ entonces } a < \sqrt{ab} < b$$

Observaciones:

$$\frac{a+b}{2} : \text{ se denomina MEDIAARITMÉTICA.}$$

$$\sqrt{ab} : \text{ se denomina MEDIA GEOMÉTRICA.}$$

• Definición

Dados: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n \in \mathbb{R}^+$, definimos:

$$\text{MEDIAARITMÉTICA: M.A.} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

$$\text{MEDIAGEOMÉTRICA: M.G.} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$$

$$\text{MEDIAARMÓNICA: M.H.} =$$

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

• Teoremas

- En general para cantidades cualesquiera: $M.A. \geq M.G. \geq M.H.$
- Cantidades diferentes: $M.A. > M.G. > M.H.$
- Cantidades iguales: $M.A. = M.G. = M.H.$

15. Para dos números reales positivos "a" y "b".

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

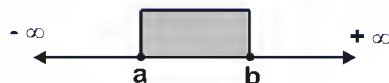
$$16. \text{ Si: } 0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ entonces: } \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

Intervalos

Son conjuntos de números definidos mediante la relación de orden en el campo de los números reales y son de varias clases:

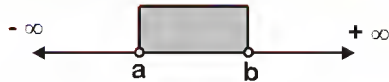
A. Intervalo cerrado:

$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$ en el cual se incluye a los extremos: a y b en la recta real.



B. Intervalo abierto:

$<a; b> = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$ en el cual no se incluye a los extremos a y b en la recta real.

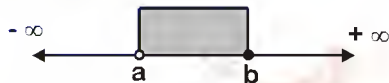


C. Intervalos semiabiertos:

$$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$$



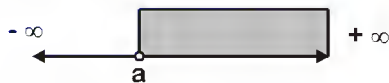
$$]a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$



$$]a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$

D. Intervalos infinitos:

$$]a; \infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$



$$[a; \infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$



$$(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$$



$$(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$$



* Observaciones:

$$\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$$

$$\mathbb{R}^+ = [0; +\infty)$$

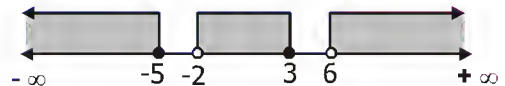
$$\mathbb{R}^- = (-\infty; 0]$$

$$[a; a] = \{a\}$$

$$]a; a) = \emptyset$$

* Ejemplo:

Expresar en forma de intervalo:



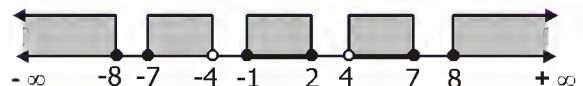
Resolución:

Del gráfico, se tiene:

$$x \in (-\infty; -5] \cup [-2; 3] \cup (6; +\infty)$$

* Ejemplo:

Expresar en forma de intervalo:



Resolución:

Del gráfico:

$$x \in (-\infty; -8] \cup [-7; -4] \cup [-1; 2] \cup (4; 7] \cup [8; +\infty)$$

Inecuaciones de primer grado con una incógnita

Es aquella que presenta la siguiente forma:

$$ax + b \geq 0$$

• Solución de una inecuación

Son todos los valores que satisfacen a la inecuación. La solución se da en forma de intervalo.

• Principios fundamentales

1. Si a ambos miembros de una inecuación se le suma o se le resta una misma cantidad el sentido de la desigualdad no se altera.

$$\text{Si: } a > b, \text{ entonces: } a + c > b + c; \forall a; b; c \in \mathbb{R}$$

2. Si a ambos miembros de una inecuación se multiplica por una misma cantidad mayor que cero el sentido de la desigualdad se mantiene.

$$\text{Si: } a > b, \text{ entonces: } ac > bc; \forall c > 0$$

Si la cantidad por la cual se multiplica es menor que cero, el sentido de la desigualdad se invierte.

Si: $a > b$, entonces: $ac < bc$; $\forall c < 0$

3. El principio anterior se cumple para la división:

Si: $a > b$, entonces: $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; $\forall c > 0$

Si: $a > b$, entonces: $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$; $\forall c < 0$

4. Si dos inecuaciones tienen el mismo sentido, se pueden sumar miembro a miembro y el sentido de la desigualdad no se altera, esto es:

$$\begin{array}{l} \text{si:} \quad \begin{array}{l} a > b \\ c > d \end{array} \\ \text{entonces:} \quad \frac{a + c > b + d}{} \end{array}$$

5. Si: $a < b$, entonces: $b > a$

6. Si: $a < x + c < b$, entonces: $a - c < x < b - c$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resolver:

$$\frac{3x}{5} - \frac{7}{10} - \frac{x}{20} > \frac{1}{5} - \frac{7x}{20}$$

Resolución:

El MCM de todos los denominadores es 20, luego:

$$4(3x) - 2(7) - x > 4(1) - 7x$$

$$12x - 14 - x > 4 - 7x$$

transponiendo términos:

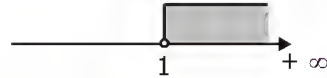
$$12x - x + 7x > 4 + 14$$

$$18x > 18$$

$$x > \frac{18}{18}$$

$$x > 1$$

$$x \in (1; +\infty)$$



2. Resolver: $3 - x \leq 5 + 3x$

Resolución:

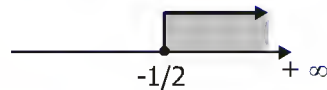
A un lado la variable y al otro los números:

$$-x - 3x \leq 5 - 3$$

$$-4x \leq 2$$

Al dividir a ambos miembros por -4, el sentido de la desigualdad se invierte. Esto es:

$$\frac{-4x}{-4} \geq \frac{2}{-4} \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$



$$x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

Otra forma

Para resolver: $3 - x \leq 5 + 3x$, llevamos las "x" al segundo miembro, observe:

$$3 - 5 \leq 3x + x$$

$$-2 \leq 4x \Rightarrow 4x \geq -2$$

luego:

$$x \geq -\frac{2}{4}$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

3. Resolver: $13 \geq -3 + 2x \geq 5$

Resolución:

$$13 \geq -3 + 2x \geq 5 \Rightarrow 13 + 3 \geq 2x \geq 5 + 3$$

$$\Rightarrow 16 \geq 2x \geq 8$$

$$\Rightarrow \frac{16}{2} \geq x \geq \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow 8 \geq x \geq 4$$

$$\Rightarrow 4 \leq x \leq 8$$

$$\therefore x \in [4;8]$$

4. Resolver:

$$5x - 3y > 2 \dots (I)$$

$$2x + y < 11 \dots (II)$$

$$y + \frac{1}{2} > \frac{37}{10} - \frac{1}{5} \dots (III)$$

Resolución:

De la inecuación III:

$$y > \frac{37}{10} - \frac{1}{5} - \frac{1}{2} \rightarrow y > \frac{37 - 2 - 5}{10}$$

$$\rightarrow y > \frac{30}{10} \Rightarrow y > 3 \dots (\alpha)$$

Multiplicando a la primera inecuación por 2 y a la segunda inecuación por -5, se tiene:

$$\begin{array}{r} 10x - 6y > 4 \\ -10x - 5y > -55 \\ \hline -11y > -51 \end{array}$$

$$y < \frac{51}{11} \dots (\beta)$$

De (α) y (β) se tiene: $3 < y < 4,6 \rightarrow \therefore y = 4$

en (I):

$$\begin{array}{l} 5x > 2 + 3(4) \\ 5x > 14 \end{array}$$

$$x > \frac{14}{5} \rightarrow x > 2,8$$

en (II):

$$\begin{array}{l} 2x < 11 - 4 \Rightarrow 2x < 7 \\ x < 3,5 \end{array}$$

como: $2,8 < x < 3,5 \Rightarrow x = 3$

finalmente: $x = 3; y = 4$

Resolver las siguientes inecuaciones:

$$1. \frac{2x - 1}{5} + \frac{3x - 2}{6} > \frac{2x + 1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$a) < -\infty; 17 >$$

$$b) < -\infty; -17 >$$

$$c) < -\infty; 2 >$$

$$d) < -\infty; 3 >$$

$$e) < -\infty; 5 >$$

$$2. \frac{5x - 1}{4} - \frac{3x - 13}{10} > \frac{5x + 1}{3}$$

$$a) < 0; 2 >$$

$$b) < 0; 3 >$$

$$c) < -\infty; 1 >$$

$$d) < 0; 4 >$$

$$e) < 0; 5 >$$

3. Dar el menor valor impar.

$$\frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} > \frac{\frac{x}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

$$a) 1$$

$$b) 3$$

$$c) 5$$

$$d) 7$$

$$e) 9$$

4. $m - nx \geq px - q$; si: $p + n < 0$

$$a) x \leq \frac{m + q}{p + n}$$

$$b) x \geq \frac{m + q}{p + n}$$

$$c) x \leq \frac{m + n}{p + n}$$

$$d) x \geq \frac{m + n}{p + q}$$

$$e) x \geq 1$$

5. Si: $x \in <2;4>$, entonces: $\frac{1}{2x + 3}$ pertenece al intervalo:

$$a) [7;11]$$

$$b) \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{11} \right] \quad c)$$

$$\left\langle \frac{1}{11}; \frac{1}{7} \right\rangle$$

d) $<7;11>$ e) $\left\langle \frac{1}{7}; \frac{1}{11} \right\rangle$

Inecuaciones de Segundo Grado

Forma:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

* **Resolución por factorización: (Puntos críticos)**

1. Se factoriza el polinomio mediante un aspa simple.
2. Se hallan los puntos críticos, igualando cada factor a cero y se ubican en la recta numérica o eje de coordenadas.
3. De derecha a izquierda se ubican los signos más (+) y menos (-) en forma alternada en cada intervalo.
4. Luego, si: $P_{(x)} \geq 0$ se tomarán los intervalos (+) positivos y si: $P_{(x)} < 0$ se tomarán los intervalos negativos.

* **Ejemplo:**

Resolver: $x^2 - x - 6 \leq 0$

Primer paso, factorizar:

$$x^2 - x - 6 \leq 0$$

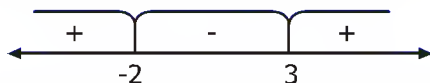
$$\begin{array}{r} x \quad -3 \\ x \quad 2 \end{array}$$

Segundo paso, puntos críticos:

$$x - 3 = 0 \wedge x + 2 = 0$$

$$P.C. = \{3; -2\}$$

Tercer paso, ubicamos los puntos críticos en la recta numérica y hacemos la distribución de signos:



Cuarto paso, como: $P_{(x)} \leq 0$, tomamos el intervalo negativo. Entonces: $x \in [-2; 3]$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Señalar (V) ó (F):

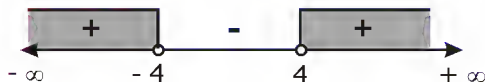
I. $x^2 > 16 \rightarrow C.S.: <4; \infty>$

II. $x^2 \leq 4x \rightarrow C.S.: <-\infty; 4>$
 III. $(x - 3)(x - 5) < 0 \rightarrow C.S.: <3; 5>$

- a) VVV b) FFF c) VFF
 d) VVF e) FFV

Resolución:

I. $x^2 > 16 \rightarrow x^2 - 16 > 0 \rightarrow (x + 4)(x - 4) > 0$



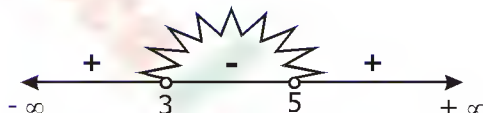
$$C.S.: <-\infty; -4> \cup <4; \infty>$$

II. $x^2 \leq 4x \rightarrow x^2 - 4x \leq 0 \rightarrow x(x - 4) \leq 0$



$$C.S.: [0; 4]$$

III. $(x - 3)(x - 5) < 0$



$$C.S.: <3; 5>$$

Rpta: FFV

2. Resolver:

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3) \geq x^3 + 5x^2 + 10x + 8$$

Resolución:

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \geq x^3 + 5x^2 + 10x + 8$$

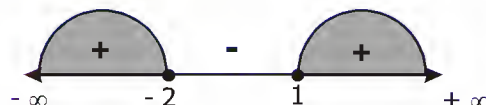
$$x^2 + x - 2 \geq 0$$

$$x \quad +2$$

$$x \quad -1$$

$$(x + 2)(x - 1) \geq 0$$

Puntos críticos $\{-2; 1\}$



PRIMERA PRACTICA

3. Después de resolver, indique el menor entero que verifica: $2(x+8)(x-5) \geq x(x+5) + x^2$

Resolución:

Efectuando:

$$2(x^2 + 3x - 40) \geq x(x+5) + x^2$$

$$2x^2 + 6x - 80 \geq x^2 + 5x + x^2$$

$$x \geq 80 \rightarrow \therefore \text{el menor valor entero es } 80$$

4. Resolver: $x^8 - 2x^4 + 1 \leq 0$

Indicando la suma de valores que la verifican.

a) 1

b) -1

c) 0

d) 4

e) 2

Resolución:

Operando: $x^8 - 2x^4 + 1 \leq 0$

$$\underbrace{(x^4 - 1)^2}_{(+)} \leq 0$$

La única solución:

$$x^4 - 1 = 0 \rightarrow (x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$\rightarrow (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 ; x = 1$$

→ Suma de valores "cero".

5. Marcar (V) ó (F) en:

$$\frac{1}{b} < \frac{1}{a} \dots\dots ()$$

$$a^2 < b^2 \dots\dots ()$$

Si: $a \in \mathbb{R}^+$ y $-b \in \mathbb{R}^+$

a) VV

b) VF

c) FV

d) FF

e) N.A.

Resolución:

$$a > 0$$

$$-b > 0 \rightarrow b < 0$$

I. $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} \dots\dots (V)$

II. $a^2 < b^2 \dots\dots (F)$

(-) (+)

porque si: $a = 4 ; b = -1$

$$16 < 1, \text{ falso}$$

NIVEL 1

1. Resolver: $x^2 - x - 6 \geq 0$; dar el intervalo solución.

a) $<-\infty; 2] \cup <3; +\infty>$

b) $<-\infty; 2] \cup [3; +\infty>$

c) $[2; 3]$

d) $<3; +\infty>$

e) $<-\infty; 2>$

2. Resolver: $3x^2 - 11x + 6 < 0$, su intervalo solución será:

a) $<\frac{2}{3}; 3>$

b) $<-\infty; \frac{2}{3}> \cup <3; +\infty>$

c) $[\frac{2}{3}; 3]$

d) ϕ

e) $<3; +\infty>$

3. Resolver: $x^2 \leq 9$, dar su intervalo solución.

a) $[-3; 3]$

b) $<-\infty; -3] \cup [3; +\infty>$

c) \mathbb{R}

d) ϕ

e) $<-\infty; 3>$

4. Resolver: $x^2 > 3$, dar un intervalo de su solución.

a) $<-\infty; 3>$

b) $<\sqrt{3}; \infty>$

c) $<3; +\infty>$

d) \mathbb{R}

e) ϕ

5. Resolver: $x^2 - 4x + 1 < 0$, dar un intervalo de su solución.

a) $<-\infty; 2 + \sqrt{3}>$

b) $<2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}>$

c) \mathbb{R}

d) Hay dos respuestas

e) ϕ

6. Resolver: $x^2 - 2x - 1 \geq 0$, dar un intervalo de su solución.

- a) $[1 + \sqrt{2}; +\infty>$ b) $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$
- c) $<-\infty; 1 - \sqrt{2}>$ d) \mathbb{R}
- e) \emptyset
7. Resolver: $3x^2 - 2x - 5 < 0$; dar un intervalo de su solución.
- a) $<-\infty; -1>$ b) $<\frac{5}{3}; +\infty>$ c) $<-1; \frac{5}{3}>$ d) $<-1; 1>$
- e) $\frac{5}{3}>$
8. Resolver: $x^2 - 6x + 25 < 11$
- a) $<3; +\infty>$ b) $<-5; +\infty>$ c) \emptyset
- d) \mathbb{R} e) \mathbb{R}^+
9. Resolver: $(x - 3)^2 \leq 0$
- a) \mathbb{R} b) $[3; +\infty>$ c) $<-\infty; 3]$
- d) 3 e) \emptyset
10. Resolver: $x^2 - 8x + 8 > 4 - 4x$
- a) $[2; +\infty>$ b) $<-\infty; 2>$ c) $<2; +\infty>$
- d) $\mathbb{R} - \{2\}$ e) \emptyset
3. Resolver: $(x - 2)^2 \leq 16$
- a) $<-\infty; -2] \cup [6; +\infty>$
- b) $<-2; 6>$
- c) $[-2; 6]$
- d) \mathbb{R}
- e) \emptyset
4. Si el intervalo solución de: $5(x + 1)^2 - 3(x - 1)^2 > 12x + 8$ es: $<-\infty; a> \cup <b; +\infty>$. Hallar "a - b"
- a) -5 b) 12 c) -4
- d) -2 e) 10
5. Sea la inecuación cuadrática: $x^2 - mx + p \leq 0$ cuya solución es: $x \in [2; 4]$, indique: $\frac{p-m}{2}$
- a) 1 b) -1 c) 2
- d) -2 e) 3
6. Resolver el sistema: $x^2 - 11x + 24 < 0$
 $x^2 - 9x + 20 > 0$
 dar como respuesta el número de valores enteros que la verifican.
- a) 1 b) 2 c) 3
- d) 4 e) 5
7. Resolver: $x^2 + ab \leq (a + b)x$; $a < b < 0$
- a) $x \geq a$ b) $x \geq b$ c) $b \leq x \leq a$
- d) $a \leq x \leq b$ e) $x \geq a + b$
8. Resolver:
- $$x(x - 5) + \frac{3}{x - 6} < (x - 4)(x - 1) + \frac{3}{x - 6}$$
- a) \emptyset b) \mathbb{R} c) 6
- d) $x \in \mathbb{R} - \{6\}$ e) $<3; +\infty>$
9. Hallar el número "M", con la propiedad que $\forall x \in \mathbb{R}$.
 $1 + 6x - x^2 \leq M$
- a) 8 b) 11 c) 9
- d) 12 e) 10
10. Sea la inecuación cuadrática: $ax^2 + (a + 3)x + 4 \leq 0$ si su conjunto solución es unitario, indique el menor valor de "a".

NIVEL 2 :

1. Hallar los valores de "m", para que la ecuación cuadrática: $(m + 3)x^2 - 2mx + 4 = 0$ tenga soluciones reales.
- a) $<-\infty; -2> \cup <6; +\infty>$
- b) $<-2; 6>$
- c) $<-6; 2>$
- d) $<-\infty; -6> \cup <2; +\infty>$
- e) \emptyset
2. Halle el mayor valor de "k", si: $x^2 - 12x + 40 \geq k$ satisface: $\forall x \in \mathbb{R}$
- a) 4 b) 5 c) 6
- d) 7 e) 8

- a) 9 b) -1 c) 1
d) -9 e) 0

b) $<-\infty; 1> \cup <\frac{a}{b}; +\infty>$

c) $<1; \frac{b}{a}>$

d) $<-\infty; 1> \cup <\frac{b}{a}; +\infty>$

e) $<-\infty; -\frac{a}{b}] \cup [1; +\infty>$

NIVEL 3 :

1. Sea el sistema de inecuaciones:

$$x^2 - 8x - 9 \leq 0$$

$$x \leq a$$

si su conjunto solución es unitario, indique el valor de "a".

- a) 8 b) 8,5 c) 9
d) -1 e) 7

2. El conjunto solución de: $ax^2 + bx + c < 0$

a > 0, es: $<-2; \frac{3}{5}>$. Hallar "a.b.c", {a, b, c} \subset

\mathbb{Z} .

- a) -210 b) -180 c) -120
d) 180 e) 210

3. Al resolver el sistema:

$$x^2 + x + 1 \leq x + 50 < x^2 - 3x + 50$$

su solución es: $[a; b> \cup <c; d]$

indique: $M = ac - b - d$

- a) -28 b) -35 c) 0
d) 19 e) 21

4. La inecuación cuadrática: $x^2 + ax + b > 0$
{a, b} $\subset \mathbb{Z}$, tiene como conjunto solución:

$$\mathbb{R} - [1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}]; \text{ Hallar: } a^2 - b^3$$

- a) 4 b) 64 c) 68
d) 60 e) 65

5. Hallar "a", para que el sistema:

$$2x^2 + 3x - 9 < 0$$

$$2x^2 - 3x - 5 < 0$$

$$x > a$$

tenga solución única en \mathbb{Z} .

- a) -0,3 b) 0,2 c) 1,2
d) -1,3 e) 2

6. Resolver: $ax + bx^2 \leq a + bx$; $b < a < 0$

a) $<1; \frac{a}{b}>$

7. Resolver: $x^2 + 18 < 9x$
 $x^2 > 2x$

- a) $<3; 6>$ b) $<2; 4>$ c) $<-1; 4>$
d) $<6; 9>$ e) ϕ

8. Sean los conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \geq 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$$

Hallar: $A \cap B$

- a) $[2; 5] \cup \{-1\}$
b) $[-1; 2] \cup [5; +\infty>$
c) $<-\infty; -1] \cup [2; 5]$
d) $[2; 5]$
e) N.A.

9. Del problema anterior, hallar: $A \cup B$

- a) $<-\infty; +\infty>$ b) $<-\infty; 5]$ c) $<-\infty; -1]$
d) $<-\infty; 2]$ e) N.A.

10. Del problema 8, hallar: $(A' \cap B')$

- a) $\{-1\}$ b) $<2; 5>$ c) $<-1; 5>$
d) ϕ e) N.A.

COMPLEMENTO

1. Hallar el C.S. de: $x^2 - x - 6 \leq 0$

- a) $x \in [3; \infty>$ b) $x \in [-2; 3]$ c) $x \geq 0$
d) $x \in <-\infty; 0]$ e) $x \in [2; \infty>$

2. Hallar el C.S. de: $x(x + 1)(x - 3) > 0$

- a) $x \in <-\infty; 0> \cup <2; \infty>$
b) $x \in <-1; 0> \cup <3; \infty>$
c) $x \in <0; \infty>$
d) $x \in <3; \infty>$
e) N.A.

3. Hallar el C.S. de: $x^2 - 4x + 1 < 0$